Probabilités et statistique - Semestre 9

Titre : **Processus stochastiques discrets**
Intervenants: Valentin Féray, Régine Marchand, Irène Marcovici

Le but de ce cours est de donner aux étudiant.e.s un arsenal d'outils utilisés dans l'étude de nombreux modèles de probabilités discrètes (compléments sur les chaînes de Markov, marches aléatoires, convergence fonctionnelle, théorie ergodique, ...)

Grandes lignes du programme :
* chaînes de Markov : méthodes de Monte-Carlo, simulation par couplage par le passé, application au modèle d'Ising.
* chaînes de Markov à temps continu (CTMC), théorie ergodique.
* marches aléatoires : théorème local limite, grandes déviations, lemme cyclique, convergence fonctionnelle (théorème de Donsker)
* méthode des moments, lois caractérisées par leurs moments. Applications aux matrices aléatoires et à la théorie probabiliste des nombres.

Titre : **Introduction au calcul stochastique / Processus stochastiques en temps continu**
Intervenants : Koléhè Coulibaly-Pasquier et Denis Villemonais

Résumé: Ce cours est une introduction à la théorie des processus stochastiques en temps continu. Nous y décrirons ses objets classiques et leurs applications

- processus gaussiens
- construction et propriétés du mouvement brownien
- martingales et semi-martingales

- intégrale d'Itô
- équations différentielles stochastiques
- théorème de Girsanov

-théorème de Lévis (caractérisation des martingales comme changement de temps d'un MB)
-théorème de représentation prévisible (pour le second semestre)

Livres de référence: Revuz et Yor, Rogers et Williams

Semestre 10

Titre : Contrôle optimal stochastique
Intervenant : Nabil Kazi-Tani

Ce cours est une introduction à la résolution des problèmes contrôle stochastique par le principe de la programmation dynamique. Nous explorerons les liens entre ces problèmes de contrôle et une classe d'équations aux dérivées partielles, dite de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). Dans le cas des problèmes de contrôle dits non markoviens, nous étudierons un outil probabiliste de résolution, à savoir les équations différentielles stochastiques rétrogrades (EDSR).

Mots clés : Fonction valeur, Formule de Feynman-Kac, EDP de HJB, Représentation des martingales, EDS rétrogrades.

Références :
- Fleming, W. H., & Soner, H. M. (2006). Controlled Markov processes and viscosity solutions (Vol. 25). Springer Science & Business Media.
- Touzi, N., & Tourin, A. (2013). Optimal stochastic control, stochastic target problems, and backward SDE (Vol. 29). New York: Springer.

GRAPHES ALÉATOIRES ET APPLICATIONS

PASCAL MOYAL - S10

Les graphes ont de très nombreuses applications en recherche opérationnelle, dans la modélisation des réseaux, en épidémiologie, en génétique, etc.. Quand les graphes sont très grands (ce qui est souvent le cas dans les applications) et/ou qu'il est difficile de connaître leur géométrie précise, on considère plutôt des graphes *aléatoires*, i.e., où l'existence des arêtes est soumise à l'aléa. Dans ce contexte, on s'intéressera aux questions de connectivité, de distance entre les noeuds, de coloriage, de couplages optimaux, etc., qui sont cruciales dans de nombreuses applications.

1. Rappels de théorie des graphes

- Définitions générales;
- Connexité;
- Arbres;
- Familles indépendantes;
- Couplages dans les graphes.

2. Le graphe aléatoire d'Erdös-Rényi

Il s'agit du modèle le plus naturel et répandu pour la construction d'un graphe aléatoire.

- Définition et premières propriétés;
- Transition de phase pour la connexité;
- Transition de phase pour le diamètre;
- Emergence de la composante géante.

3. L'arbre de Galton-Watson

Ce modèle d'arbre aléatoire représente de nombreux processus démographiques, arbres de contagion, modèles de fragmentation, etc.

- Définition;
- Transition de phase pour la probabilité d'extinction;
- Exploration en profondeur - Inégalité de concentration pour la taille dans le cas sous-critique;
- Etude de l'arbre conditionné à survivre;
- Quelques applications.

4. Le modèle de configuration

Il s'agit d'un modèle de graphe aléatoire alternatif au modèle d'Erdös-Rényi, souvent plus pertinent en pratique pour des modèles épidémiologiques, notamment.

- Définition et propriétés;
- Graphicalité asymptotique;
- Construction par appariement uniforme;
- Représentation markovienne.

5. Processus markoviens sur des graphes

Nous nous intéressons à des dynamiques markoviennes d'exploration de graphes, représentant des processus physiques sur ces réseaux.

- Construction de famille indépendante sur le graphe d'Erdös-Rényi et sur le modèle de configuration. Application aux réseaux radio-mobile
- Contagion SIR sur des graphes aléatoires.
- Couplage en ligne, et appariement aléatoire sur les grands graphes étiquetés.